



**2007**

**9 – 10 классы**

**Задачи, оцениваемые в 3 балла**

1. В слове МАТЕМАТИКА стерли 6 букв (возможно, среди них были одинаковые). Оставшиеся буквы переписали в обратном порядке. Что не могло получиться?

- (A) КАМА (B) КИМА (C) АТЕМ (D) ТЕМА (E) ТАЕТ

2. В клетках квадрата  $4 \times 4$  написали цифры 0 и 1 так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось по 2 единицы и по 2 нуля. Потом некоторые цифры стерли, а две – обозначили буквами  $X$  и  $Y$ . Чему равны  $X$  и  $Y$ ?

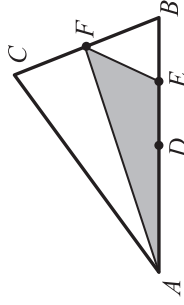
|   |  |     |   |   |
|---|--|-----|---|---|
| 1 |  |     | 1 |   |
|   |  |     | 1 |   |
|   |  | $X$ |   | 0 |
|   |  | $Y$ |   |   |

- (A)  $X = Y = 1$  (B)  $X = 1, Y = 0$  (C)  $X = 0, Y = 1$   
(D)  $X = Y = 0$  (E) невозможно определить

3. Чем является число 27 для числа 3?

- (A) квадратом (B) треугольником (C) кругом (D) кубом (E) шаром

4. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  – середина  $AB$ ,  $E$  – середина  $DB$ ,  $F$  – середина  $BC$ . Если площадь треугольника  $ABC$  равна 96, то площадь треугольника  $AEF$  равна



- (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 36 (E) 48

5. При возведении в квадрат

- (A) число всегда увеличивается (B) число всегда уменьшается  
(C) число всегда изменяется (D) изменяются все числа, кроме одного  
(E) изменяются все числа, кроме двух

6. Пусть  $x * y = x \cdot \sqrt{y}$ . Чему равно  $(\sqrt{18} * 2) * 3$ ?

- (A)  $6\sqrt{2}$  (B) 6 (C)  $6\sqrt{3}$  (D)  $18\sqrt{2}$  (E) 18

7. Народная примета племени Уа-Уа гласит: «Если крокодилы едят быстро, то скоро будет дождь». Это означает, что

- (A) если дождя не ожидается, а крокодилы едят, то они едят не быстро  
(B) если в местности нет крокодилов, то там не бывает дождя  
(C) если собирается дождь, то крокодилы едят быстро  
(D) если крокодилы едят медленно, то дождя не будет  
(E) если крокодилы воздерживаются от еды, то дождя не будет

25. Сколько отрицательных чисел среди членов последовательности  $\cos 1^\circ, \cos 10^\circ, \cos 100^\circ, \cos 1000^\circ, \dots$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 10 (D) 100 (E) бесконечно много

26. Назовем натуральное число  $N$  особым, если можно подобрать такое натуральное число  $M$ , что в записи произведения  $M \cdot N$  все цифры одинаковы. Какое из следующих чисел не особое?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 18

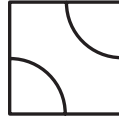
27. Пусть  $f$  – такая функция, что уравнение  $f(x) = x$  имеет ровно один корень. Какое из следующих уравнений может иметь более двух корней?

- (A)  $\frac{1}{3}f(3x) = x$  (B)  $f(f(x)+1) = f(x)+1$  (C)  $f(x^2) = x^2$   
(D)  $\sqrt[3]{f(x^3-1)+1} = x$  (E) никакое

28. За один шаг автомат умеет выполнять одну из четырех операций: либо умножить данное число на 2, либо умножить данное число на 3, либо возвести его в квадрат, либо в куб. Что может получиться после 5 шагов, если начать с числа 15?

- (A)  $2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^6$  (B)  $2 \cdot 3^4 \cdot 5^2$   
(D)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$  (E)  $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$  (C)  $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$

29. Имеются одинаковые плитки кафеля с нарисованными на них дугами. Длина каждой дуги равна 1, а концы дуг – середины сторон плитки. Из 16 таких плиток надо сложить квадрат. Некоторые из дуг будут соединяться между собой, образуя более длинные кривые. Какова наибольшая возможная длина такой кривой?



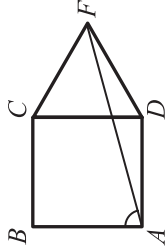
- (A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 24

30. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AB = 1$  биссектриса, высота и медиана, проведенные из вершины  $A$ , имеют длины  $b, h$  и  $m$  соответственно. Какое из следующих равенств возможно?

- (A)  $m = 0,7$  (B)  $b = 1,5$  (C)  $h = 1,1$  (D)  $b = 0,6$   
(E) все варианты A – D невозможны

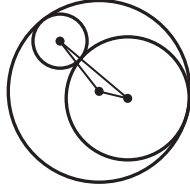
Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

8. Число  $10^{100}$  назовем гигантом. Чему равно число  $1000^{100}$ ?  
 (A) 100 гигантов (B) 3 гиганта (C) гигант<sup>3</sup> (D) гигант<sup>2</sup> (E) гигант<sup>гигант</sup>
9.  $ABCD$  – квадрат, а  $CDF$  – правильный треугольник. Чему равен угол  $BAF$ ?  
 (A)  $60^\circ$  (B)  $75^\circ$  (C)  $85^\circ$   
 (D)  $67^\circ 30'$  (E) другой ответ
10. Натуральные числа, большие 2007, возвели в квадрат и у каждого квадрата вычлслили сумму цифр. Самая маленькая из этих сумм равна  
 (A) 27 (B) 19 (C) 2007 (D) 1 (E) другой ответ



**Задачи, оцениваемые в 4 балла**

11. Чему равно число  $99999994 \cdot 99999995 - 99999990 \cdot 99999999$ ?  
 (A) 0 (B) 20 (C) 180 (D) 990 (E) 99999990
12. Прямоугольный треугольник таков, что длина его гипотенузы равна сумме квадратов длин его катетов. Чему равен радиус окружности, описанной около этого треугольника?  
 (A) 1 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D) такого треугольника не существует (E) невозможно определить



13. Каждая из трех окружностей на чертеже касается двух других. Радиус большей окружности равен 6. Какова сумма расстояний между центрами?  
 (A) 12 (B) 9 (C) 6 (D) 3 (E) невозможно определить
14. Пусть  $N$  – наименьшее из натуральных чисел, обладающих следующим свойством:  $10N$  является квадратом некоторого натурального числа, а  $6N$  – кубом. Чему равна сумма первой и последней цифр числа  $N$ ?  
 (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 13
15. Пусть число  $m$  – один из корней уравнения  $x^3 + 1 = 2007x$ . Какое из чисел наверняка является корнем уравнения  $x^3 + 1 = 2007x^2$ ?  
 (A)  $\frac{8}{5}m$  (B)  $\frac{5}{2}m$  (C)  $m^2$  (D)  $\frac{1}{m}$  (E)  $m+1$
16. Вася учится стрелять в тире. Месяц назад, на первом занятии, он попал 40 раз из 100. Сегодня, после месяца тренировок, он сделал 200 выстрелов и обнаружил, что его меткость (то есть доля удачных выстрелов) повысилась на 80%. Сколько раз он попал сегодня?  
 (A) 120 (B) 140 (C) 144 (D) 160 (E) 240

17. Маша сложила три числа: количество вершин, количество ребер и количество граней некоторой пирамиды. Какой результат она могла получить?  
 (A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32
18. Числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a > \frac{1}{b}$  и  $\frac{1}{a} > b$ . Тогда  
 (A)  $ab > 1$  (B)  $a < 0$  (C)  $b > a$  (D)  $b < 0$  (E) такого не бывает
19. Для некоторых трехзначных чисел квадрат суммы цифр равен сумме квадратов этих цифр. Сколько таких чисел?  
 (A) 0 (B) 9 (C) 10 (D) 1 (E) 90
20. Пусть  $f(x)$  – это меньшее из чисел  $2x$  и  $6 - x$ . Какое самое большое значение принимает величина  $f(x)$ ?  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) наибольшего значения нет

**Задачи, оцениваемые в 5 баллов**

21.  $a, b, c$  – стороны треугольника. Известно, что  $(a + b + c) \cdot (a + b - c) = 3ab$ . Какой угол лежит против стороны  $c$ ?  
 (A)  $150^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $60^\circ$  (E)  $90^\circ$
22. В шкатулке у Кошея Бессмертного лежит несколько одинаковых ожерелий (более одного). Он знает, что общее число бусинок на ожерельях в шкатулке меньше 300 и больше 200. Если бы Кошей знал это число точно, то, подумав, он мог бы назвать точное количество ожерелий, не открывая шкатулки. Сколько ожерелий в шкатулке?  
 (A) 16 (B) 17 (C) 19 (D) 25 (E) невозможно определить
23. Какое наибольшее количество вершин может быть у выпуклого многоугольника, если эти вершины лежат на поверхности куба, но сам многоугольник не лежит ни на какой грани куба?  
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 18

24. Дом имеет размеры  $4 \text{ м} \times 6 \text{ м}$ . Собака, привязанная к углу дома 10-метровой веревкой, бегаёт по двору. Какова площадь участка, доступного собаке?  
 (A)  $100\pi$  (B)  $100\pi - 24$  (C)  $76\pi$  (D)  $88\pi$  (E) другой ответ

