



**ЗАДАЧИ**  
**МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА**  
**«Кенгуру»**



**2009**

**9 – 10 классы**

**Задачи, оцениваемые в 3 балла**

$a$	$b$	$c$
$a$	$b$	$c$
$a$	$b$	$c$

24. Таблицу  $3 \times 3$  заполнили числами так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях равны 3. Тогда обязательно
- (А)  $a + b + c = 3$  (Б)  $a = \frac{b+c}{2}$   
(В)  $a + b + c = 0$  (Г)  $a = b + c$   
(Д) любое из условий А – Г может нарушаться
25. На плоскости заданы прямые  $y = ax - 1$  и  $y = x + b$ . Известно, что первая прямая пересекает ось  $Ox$  правее, чем вторая, а ось  $Oy$  – выше, чем вторая. Какое из неравенств может быть неверным?
- (А)  $a > 0$  (Б)  $ab > -1$  (В)  $a < 1$  (Г)  $a + b < 0$   
(Д) все неравенства А – Г обязательно верны
26. Из точки  $A$  на рисунке можно «увидеть» лишь 5 из 9 квадратов (остальные 4 квадрата целиком загорожены этими пятью). Какое наибольшее число квадратов можно увидеть, выбрав другую точку обзора на той же плоскости?
- (А) 5 (Б) 6 (В) 7 (Г) 8 (Д) 9
27. Два человека начали одновременно спускаться по движущемуся вниз эскалатору. Первый идет вдвое быстрее, чем второй. Сколько ступенек на эскалаторе, если к концу спуска первый прошел 60 ступенек, а второй – 40?
- (А) 80 (Б) 100 (В) 120 (Г) 140 (Д) другой ответ
28. Маша загадала натуральное число и выписала в строчку подряд в порядке возрастания все его делители, кроме самого этого числа (например, для числа 14 она написала бы число 127). Какое число при этом не могло получиться?
- (А) 1237 (Б) 12346 (В) 123612 (Г) 124816 (Д) 111121
29. Назовем прямоугольный параллелепипед хорошим, если его можно разрезать на два равных прямоугольных параллелепипеда, имеющих хотя бы по одной квадратной грани. Сколько существует хороших прямоугольных параллелепипедов, имеющих грань  $2 \times 6$ ?
- (А) 2 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 8
30. В некотором треугольнике измерили три высоты. Какая тройка чисел могла получиться?
- (А) 1, 2, 3 (Б) 4, 7, 8 (В) 3, 6, 8 (Г) 2, 4, 5 (Д) 5, 10, 11

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

1. Сколько острых углов в 2009 тупоугольных треугольниках?
- (А) 0 (Б) 2009 (В) 4018 (Г) 6027 (Д) невозможно определить

2. Если  $(3^x)^y = 9^9$ , то  $x$  равен
- (А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 6 (Д) 9

3. Кольцами Борромео называют систему из трех колец с таким свойством: эта система не распадается, но если любое из колец распилить и убрать, то два других окажутся несцепленными. Какие из систем на рисунке являются кольцами Борромео?
- (А) I (Б) II (В) III (Г) ни одна (Д) все три

4. В последовательности чисел каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Четвертый член равен 6, а шестой равен 15. Чему равен седьмой член этой последовательности?
- (А) 9 (Б) 16 (В) 21 (Г) 22 (Д) 24

5. Вася сказал: «Уравнения бывают линейные, квадратные, кубические и шарообразные». Сколько несуществующих типов уравнений он назвал?
- (А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) 6

6. В треугольнике  $PQR$  на стороне  $QR$  отмечена точка  $S$  так, что  $\angle QPS = 12^\circ$ ,  $PQ = PS = RS$ . Чему равен  $\angle QRP$ ?
- (А)  $36^\circ$  (Б)  $42^\circ$  (В)  $54^\circ$   
(Г)  $60^\circ$  (Д)  $84^\circ$

7. В слове КЕНГУРУ поменяли местами две соседние буквы, в полученном «слове» опять переставили две соседние буквы, и в том «слове», что получилось, проделали это еще раз. Что не могло получиться в итоге?
- (А) КУГЕРУН (Б) ЕНКУГУР  
(Г) КНЕГУРУ (Д) КЕНГУРУ

8. Через 5 часов наверхняка уже будет «завтра». Сколько часов назад наверхняка было «вчера»?

- (А) 18 (Б) 20 (В) 30 (Г) 44 (Д) 47

9. У некоторых натуральных чисел квадрат и куб записываются одинаковым количеством цифр. Сколько таких чисел?

- (А) 0 (Б) 3 (В) 4 (Г) 9 (Д) бесконечно много

10. Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $a : b : c$  равно  $1 : 2 : 3$ . Чему равно  $(a + b) : (b + c) : (c + a)$ ?

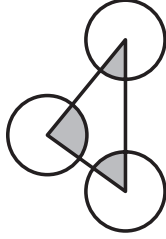
- (А) 2 : 3 : 4 (Б) 3 : 5 : 4 (В) 3 : 5 : 6 (Г) 4 : 6 : 5 (Д) 2 : 6 : 5

**Задачи, оцениваемые в 4 балла**

11. Центры непересекающихся окружностей радиуса 2 расположены в вершинах треугольника. Какова сумма площадей трех закрашенных секторов?

- (А)  $\pi$  (Б)  $2\pi$  (В)  $4\pi$  (Г)  $8\pi$

(Д) невозможно определить



12. Когда большой бриллиант раскололи на 2 части, его общая стоимость упала на 48%. Какую долю всего бриллианта составляет его большая часть, если стоимость бриллианта пропорциональна квадрату массы?

- (А)  $\frac{2}{3}$  (Б)  $\frac{3}{4}$  (В)  $\frac{4}{5}$  (Г)  $\frac{3}{5}$  (Д)  $\frac{4}{7}$

13. Коля обвел на глобусе красной краской экватор и еще две окружности, проходящие через нулевой и 90-й меридианы. Муха села в точку пересечения двух красных окружностей и ползла по одной из них. В ближайшей точке пересечения двух окружностей она повернула направо, потом (в следующей точке пересечения) налево, потом опять направо, и т.д., пока не вернулась в исходную точку. Сколько поворотов сделала муха?

- (А) 12 (Б) 10 (В) 8 (Г) 7 (Д) 5

14. На выборах мэра Цветочного города выдвинуто две кандидатуры: Знайка и Незнайка. Когда избирательная комиссия обработала 1% всех бюллетеней, оказалось, что Знайка получил 62% голосов, а Незнайка – 38% (от обработанных бюллетеней). При каком наименьшем натуральном значении  $n$  можно быть уверенным, что Знайка набрал больше половины всех голосов, если действительных бюллетеней нет?

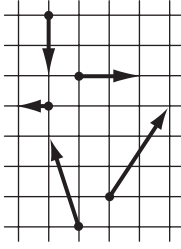
- (А) 79 (Б) 80 (В) 81 (Г) 82 (Д) 83

15. Сколько нулей нужно написать вместо \* в десятичной дроби  $1, * 1$ , чтобы получить число, лежащее между  $\frac{209}{208}$  и  $\frac{2009}{2008}$ ?

- (А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

16. Из данных векторов Вася выбирает несколько и находит их сумму. Какова длина самого длинного вектора, который он может получить, если сторона клетки равна 1?

- (А)  $2\sqrt{13}$  (Б)  $6\sqrt{2}$  (В)  $\sqrt{65}$   
(Г)  $3\sqrt{5}$  (Д) 10



17. Ордината вершины параболы  $y = x^2 + bx + c$  равна  $-7$ . Известно, что  $c < 0$ . Какое из чисел не может лежать между корнями уравнения  $x^2 + bx + c = 0$ ?

- (А)  $-5$  (Б)  $-3$  (В) 1 (Г) 5 (Д) 6

18. В двух треугольниках, остроугольном и тупоугольном, измерили углы. Вот величины четырех из них:  $110^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $65^\circ$ ,  $15^\circ$ . Чему равен меньший угол остроугольного треугольника?

- (А)  $10^\circ$  (Б)  $15^\circ$  (В)  $40^\circ$  (Г)  $45^\circ$  (Д) невозможно определить

19. Если  $a^3 + 7a - 9 = 0$ , то число  $\frac{2a^3 + 3a}{11a - 18}$  равно

- (А)  $-1$  (Б)  $-\frac{1}{2}$  (В)  $\frac{1}{2}$  (Г) 1 (Д) невозможно определить

20. Два различных трехзначных числа назовем родственниками, если для их записи используется один и тот же набор цифр. Например, 244 и 424 – родственники, а 244 и 224 – нет. Сколько родственников не бывает у трехзначного числа с суммой цифр 5?

- (А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) любое из чисел 0, 1, 2 и 3 возможно

**Задачи, оцениваемые в 5 баллов**

21. Пусть  $a_1 = 2$  и  $a_{n+1} = \frac{a_{n-1}}{a_n + 1}$ . Чему равно  $a_{2009}$ ?

- (А) 2 (Б)  $\frac{1}{3}$  (В)  $-\frac{1}{2}$  (Г)  $-3$  (Д) другой ответ

22. Кенгуру прыгает по координатной плоскости. Каждый его прыжок параллелен одной из координатных осей и имеет длину 1. Скольکو на плоскости точек, в которых Кенгуру может оказаться, сделав ровно 10 прыжков, если он стартует из начала координат?

- (А) 100 (Б) 121 (В) 400 (Г) 441 (Д) другой ответ

23. Про треугольник  $ABC$  известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 11$ , а угол  $B$  в два раза больше, чем угол  $C$ . Чему равно  $AC$ ?

- (А)  $4\sqrt{5}$  (Б)  $4\sqrt{3}$  (В)  $3\sqrt{5}$  (Г)  $5\sqrt{2}$  (Д) другой ответ